الدارات الرقمية
Digital circuits

3-1 مقدمة:

إن دراسة الدارات المنطقية يرجع أساساً إلى استخدامها في الحاسبات الرقمية ، إلا أن هذه الدارات تشكل أيضاً الأساس للكثير من الأنظمة الرقمية التي لا يكون فيها إنجاز عمليات حسابية من صلب مهام هذه الأنظمة . مثال ذلك العدد الكبير من تطبيقات التحكم التي يتعلق خرجها بعمليات منطقية بسيطة على معلومات الدخل ، دون الحاجة لإجراء حسابات عددية واسعة . إن عدداً صغيراً من العمليات المنطقية الأساسية كاف لتحقيق أي تابع مهما كان معقداً . إن الدارات المنطقية الأساسية هي *NOT,AND,OR* والتي يطلق عليها اسم البوابات المنطقية نظراً لاستخدامها في تحقيق معادلات الجبر البولياني .

تقوم الدارات المنطقية بعمليات على إشارات رقمية وتنفذ عادة كدارات إلكترونية حيث تأخذ الإشارات قيماً متقطعة . في الدارات المنطقية الثنائية تحدد الإشارات بحيث تأخذ قيمتين فقط 0 و1. وفي الدارات المنطقية العشرية هناك 10 قيم من 0 حتى 9 .وبما أن كل قيمة إشارة تمثل برقم فإن مثل هذه الدارات المنطقية تسمى بالدارات الرقمية . بالمقابل يوجد هناك الدارات التمثيلية *analog circuits* والتي يمكن أن تأخذ فيها الإشارات أي قيمة من قيم مجال مستمر يقع بين مستويين : أعظمي وأصغري.

وسنتعامل في هذا الكتاب مع الدارات الرقمية الثنائية والتي تسيطر على التقانة الرقمية.

2-3 مدخل إلى الجبر البولياني *Boolean Algebra*

أوجد جورج بوول في عام 1849 هذا الجبر كنظام تحليل رياضي للمنطق .وبعد مضي 100 عام وجد هذا الجبر تطبيقاً له في المجال الهندسي . في عام 1930 بين كلود شانون أن الجبر البولياني يوفر وسائل فعالة لتوصيف الدارات المنطقية المبنية باستخدام المفاتيح *switches* . وسنبين أن هذا الجبر هو وسيلة فعالة لتحليل وتصميم الدارات المنطقية، وسيدرك القارئ أنه يوفر أساساً للكثير من التقانات الحديثة في التصميم الرقمي .

يقوم الجبر البولياني كأي جبر على مجموعة قواعد اشتقت من عدد صغير من الفرضيات الأساسية . هذه الفرضيات تدعى مُسلّمات . لنفرض أن الجبر البولياني B حيث $B=\{0,1\}$ يتضمن عناصر تأخذ إحدى قيمتين 0 و1 . افترض أن المسلّمات التالية صحيحة:

$$1a. \quad 0.0 = 0$$
$$1b. \quad 1+1=1$$
$$2a. \quad 1.1=1$$
$$2b. \quad 0+0=0$$
$$3a. \quad 0.1=1.0=0$$
$$3b. \quad 1+0=0+1=1$$
$$4a. \quad \text{if } x=0, \text{ then } \bar{x}=1$$
$$4b. \quad \text{if } x=1, \text{ then } \bar{x}=0$$

1-2-3 نظريات المتحول الواحد :

من المسلّمات السابقة يمكن تحديد بعض القواعد للتعامل مع متحولات وحيدة . تدعى هذه القواعد عادة بالنظريات . إذا كان x متحول في B عندها يكون لدينا النظريات التالية :

$$5a. \quad x.0 = 0$$
$$5b. \quad x + 1 = 1$$
$$6a. \quad x.1 = x$$
$$6b. \quad x + 0 = x$$
$$7a. \quad x.x = x$$
$$7b. \quad x + x = x$$
$$8a. \quad x.\overline{x} = 0$$
$$8b. \quad x + \overline{x} = 1$$
$$9. \quad \overline{\overline{x}} = x$$

من السهل برهان النظريات السابقة بتعويض $x=0$ و $x=1$ في العبارات السابقة مع الأخذ بعين الاعتبار المسلمات المذكورة آنفاً.

3-2-2 الازدواجية :

نلاحظ أننا رتبنا المسلمات ونظريات المتحول الوحيد من خلال أزواج ، وذلك لكي نعكس أهمية مبدأ الازدواجية (الثنائية). ويمكن الحصول على قرين إحدى العبارات بتبديل كل (+)ب (.) والعكس بالعكس، وبتبديل كل 0 ب 1والعكس بالعكس .

إن قرين أي عبارة (مسلمة أو نظرية) صحيحة في الجبر البولياني هو عبارة صحيحة . عند هذا الحد من المناقشة لن يدرك القارئ فائدة مفهوم الازدواجية . هذا المفهوم سيصبح واضحاً لاحقاً في هذا الفصل عندما نبين أن الازدواجية تسمح بالتعبير عن أي تابع منطقي في الجبر البولياني بطريقتين مختلفتين على الأقل .غالباً يكون التنفيذ الفيزيائي لإحدى الطريقتين أبسط من الأخرى وبالتالي تفضل هذه الطريقة على الأخرى .

3-2-3 خصائص التوابع بمتحولين وبثلاث متحولات :

من المفيد من أجل التعامل مع عدد من المتحولات تعريف بعض التعابير الجبرية ذات المتحولين والثلاث متحولات . لكل تعبير قرين يستنتج حسب ما سبق. هذه التعابير

يتم إيرادها كخصائص وتعرف بالاسم المبين جانب كل خاصية وهي التبديل ، التجميع ، التوزيع ،الامتصاص ، الدمج ، قوانين دومورغان.فيما يلي تلك الخصائص:

10*a*.	$x.y = y.x$	commutative
10b.	$x + y = y + x$	
11a.	$x.(y.z) = (x.y).z$	associative
11b.	$x + (y + z) = (x + y) + z$	
12a.	$x.(y + z) = x.y + x.z$	distributive
12b.	$x + yz = (x + y).(x + z)$	
13a.	$x + x.y = x$	absorbing
13b.	$x.(x + y) = x$	
14a.	$x.y + x.\bar{y} = x$	combining
14b.	$(x + y).(x + \bar{y}) = x$	

15a.	$\overline{x.y} = \bar{x} + \bar{y}$	Demorgan's theorems
15b.	$\overline{x + y} = \bar{x}.\bar{y}$	
16a.	$x + \bar{x}.y = x + y$	
16b	$x.(\bar{x} + y) = x.y$	

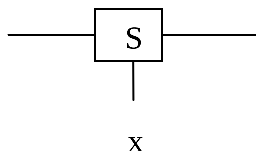
3-3- المتحولات والتوابع المنطقية: *The Variables and the Logic Functions*

إن سيطرة الدارات الثنائية في النظم الرقمية يعود إلى البساطة الناتجة عن تحديد قيم الإشارات بحيث تأخذ فقط إحدى قيمتين ممكنتين . إن أبسط عنصر ثنائي هو المفتاح

ذو الوضعيتين. إذا تم التحكم بالمفتاح من خلال متحول دخل x عندها يمكن القول إن المفتاح بحالة فتح *open* إذا كان $x=0$ وبحالة إغلاق إذا كان $x=1$ كما يوضح الشكل *(3-1-a)*. أما الشكل *(3-1-b)* فيوضح رمز المفتاح الذي سنستخدمه في المخططات التالية . في هذا الفصل سنوضح كيف نحقق مثل هكذا مفتاح باستخدام الترانزستورات .



a–وضعيتا المفتاح



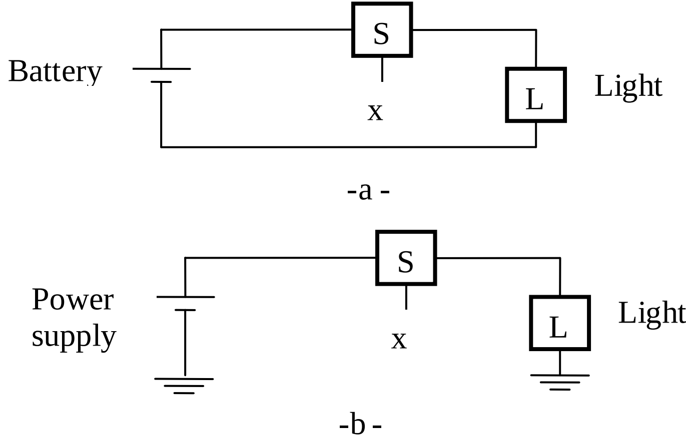
b– رمز المفتاح

الشكل *(3-1)*–المفتاح الثنائي

لنأخذ التطبيق البسيط والذي يتحكم فيه المفتاح s بإضاءة مصباح كهربائي الشكل *3-2-a* . يضيء المصباح عندما $x=1$ ولا يضيء عندما $x=0$.وبالتالي فالدخل الذي يغير سلوك الدارة هو الدخل المتحكم بالمفتاح x .والخرج هوحالة المصباح L ، فإذا كان $x=1$ (المفتاح موصول *on*) نقول إن $L=1$ وإلا يكون $L=0$ عندما يكون $x=0$ (المفتاح مفصول *off*). بالتالي يمكن كتابة :

$$L(x)=x$$

نقول إن *L(x)=x* تابع منطقي وإن *x* هو متحول الدخل. الشكل *(3-2-b)* يبين استخدام وصلة الأرضي في الدارة كسلك راجع .



الشكل *(3-2)* دارة مصباح ومفتاح تحكم

لنستخدم الآن مفتاحين للتحكم بحالة المصباح . x_1 , x_2 هما مدخلي التحكم للمفتاحين . عند وصل المفتاحين على التسلسل كما في الشكل *(3-3-a)* سيضيء المصباح فقط عند إغلاق *(on)* كلا المفتاحين .

المصباح لا يضيء إذا كان أحد المفتاحين مفتوحاً(*off*) أوكليهما .نعبر عن ذلك كما يلي:

$$L(x_1,x_2) = x_1 . x_2$$

$$\text{where} \quad L = 1 \text{ if } x_1 = 1 \text{ and } x_2 = 1$$

$$L = 0 \quad \text{otherwise}$$

إن الرمز "." يعبر عن عملية *AND* (الضرب المنطقي)، و الدارة في الشكل*(3-3-a)* تحقق التابع المنطقي *AND* .

عند الوصل التفرعي للمفتاحين كما في الشكل *(3-3-b)* ، فإن المصباح سيضيء عند إغلاق أحد المفتاحين أو كليهما ، بينما لا يضيء المصباح عندما يكون كلا المفتاحين في حالة فتح . نعبر عن ذلك كما يلي :

$$L(x_1,x_2) = x_1 + x_2$$

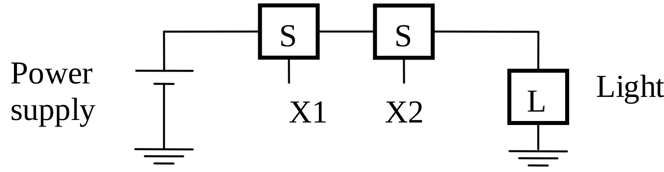
$$\text{where} \quad L = 1 \text{ if } x_1 = 1 \text{ or } x_2 = 1 \text{ or if } x_1 = x_2 = 1$$

$$L = 0 \text{ if } x_1 = x_2 = 0$$

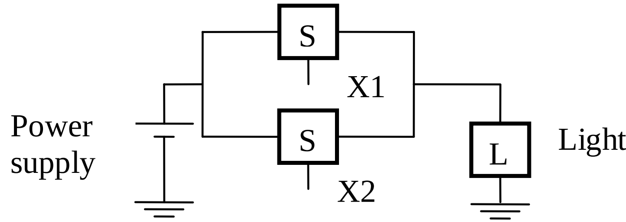
الرمز + يعبر عن عملية *OR* (الجمع المنطقي) ، والدارة في الشكل *(3-3-b)* تحقق التابع المنطقي *OR*.

إن التابعين *OR* , *AND* هما التابعان المنطقيان الأكثر أهمية ، وكل الدارات المنطقية تحقق باستخدام هذين التابعين وبعض التوابع الأخرى البسيطة . الشكل *(3-4)* يبين كيفية التحكم بإضاءة مصباح بطريقة أعقد باستخدام الوصل التفرعي- التسلسلي للمفاتيح لتحقيق التابع المنطقي:

$$L(x_1,x_2) = (x_1 + x_2) . x_3$$

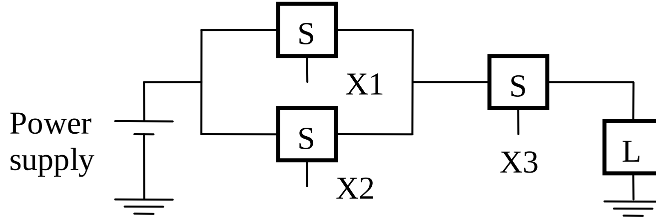


– a -



–b-

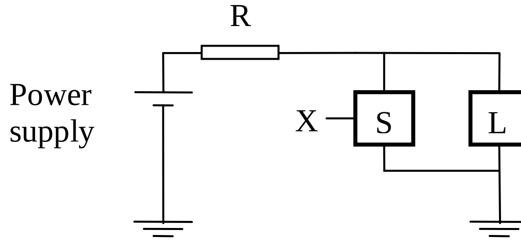
الشكل (3-3)



الشكل (3-4)

3–4 العاكس *Inverter*

افترضنا في الفقرة السابقة حدوث رد فعل إيجابي عند إغلاق المفتاح ، مثل إضاءة المصباح . ومن المفيد والمهم أن نلاحظ أن هناك إمكانية لإضاءة المصباح عند الحالة المعاكسة لوضعية المفتاح ، أي عند حالة الفتح. الشكل *(3-5)* يوضح ذلك .



الشكل (3-5)

نعبر عن سلوك الدارة في الشكل *(3-5)* من خلال التابع المنطقي التالي:

$$L(x) = \overline{x}$$

$$\text{where} \quad L = 1 \text{ if } x = 0$$

$$L = 0 \text{ if } x = 1$$

واضح أن قيمة التابع هي عكس قيمة متحول الدخل . ومن الشائع استخدام تعبير" متمم " *complement* بدلاً من تعبير"عكس" ، بالتالي نقول إن *L(x)* هو متمم *x* .

كما يشيع أيضاً استخدام التعبير "نفي" *NOT* لوصف التابع المنطقي في دارة الشكل *(3-5)* ، وكصيغة يعبر عن نفي القيمة المنطقية *x* باستخدام أحدى الطرق التالية:

$$\overline{x} = x' = !x = NOTx$$

5-3 جداول الحقيقة *Truth Tables*

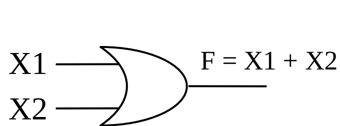
يمكن تعريف العمليات المنطقية الأساسية *(AND ,OR, NOT)* بشكل جداول تدعى جداول الحقيقة . العمود الأول يحتوي كل التراكيب الثنائية الممكنة لمتحولات الدخل وهي 2^n إمكانية ، حيث *n* عدد متحولات الدخل . الأعمدة التالية تحتوي قيمة التابع المنطقي المقابل .الجدول في الشكل *(3-6)* يبن جدول الحقيقة للعمليتين المنطقيتين *AND,OR* عند استخدام متحولي دخل فقط:

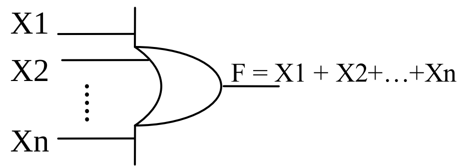
$x_1\ x_2$	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 + x_2$
0 0	0	0
0 1	0	1
1 0	0	1
1 1	1	1

الشكل *(3-6)* جدول الحقيقة للعمليتين المنطقيتين *AND,OR*

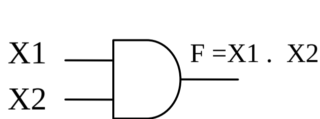
6-3 البوابات المنطقية *Logic Gates*

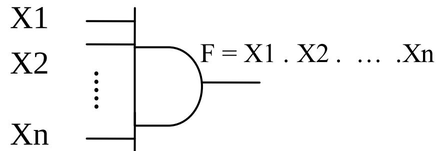
إن كل عملية منطقية من العمليات الأساسية التي نوقشت في الفقرات السابقة يمكن تحقيقها الكترونياً باستخدام الترانزستورات وعندها تسمى بالبوابة المنطقية .من المناسب وصف البوابة المنطقية باستخدام أشكال رسومية قياسية . للبوابة المنطقية مدخل واحد أو أكثر ومخرج وحيد .كما يوضح الشكل *(3-7)*.



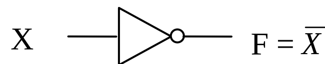


OR gate





AND gate

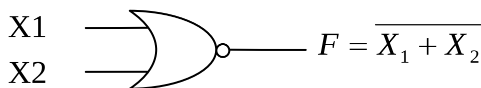


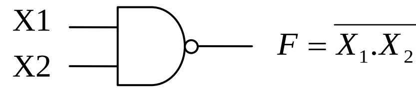
NOT gate

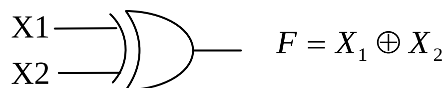
الشكل (3-7)

البوابات المنطقية الأساسية

كما يمكن إيراد الرموز الرسومية للبوابات الشهيرة غير الأساسية (تشتق من البوابات الأساسية) وهي: بوابة نفي الجمع *NOR* وبوابة نفي الضرب *NAND* وبوابة *XOR* (بوابة عدم التكافؤ) كما في الشكل *(3-8)*







الشكل (3-8)

NOR, NAND, and XOR gates